Cinemática punto material

(1) Dado el vector posición

$$\bar{r}_{(t)} = 2t^2\,\check{i} - 2t\,\check{j}$$

si t en segundos, x, y, z en metros.

Hallar:

a) el vector velocidad $\vec{v}_{(t)}$

$\vec{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$ $\boxed{\vec{v}_{(t)} = (4t\,\check{i} - 2\,\check{j})\ m/seg}$

b) el vector aceleración $\bar{a}_{(t)}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\boxed{\vec{a}_{(t)} = 4\,\check{i}\ m/seg^2}$

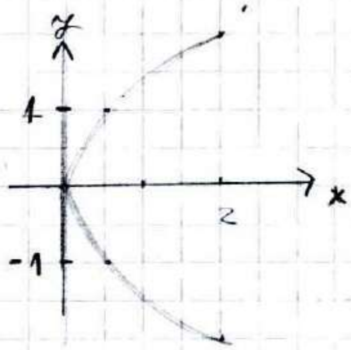
c) la ecuación de la trayectoria (graficarla)

$x_{(t)} = 2t^2$

$y_{(t)} = -2t \rightarrow t = \frac{-y}{2}$

$x = 2\left(-\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{y^2}{2}$

$\boxed{x_{(y)} = \frac{y^2}{2}}$



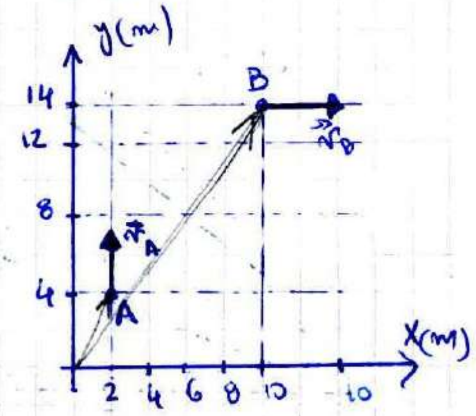
Cinem. pto mat

Física I - UTN

2. Un móvil que se desplaza por el plano x, y se encuentra inicialmente en un punto A de coordenadas $(2\ m, 4\ m)$ siendo su velocidad $3\ m/s\ \check{j}$. Transcurridos 10 segundos, se halla en un punto B de coordenadas $(10\ m, 14\ m)$ siendo su velocidad $3\ m/s\ \check{i}$.

Hallar

a) El vector desplazamiento



$$\left.\begin{array}{l}\vec{r}_{(0)} = 2\check{i} + 4\check{j} \\ \vec{r}_{(10)} = 10\check{i} + 14\check{j}\end{array}\right\} \Delta\vec{r} = \vec{r}_{(10)} - \vec{r}_{(0)} = 10\check{i} + 14\check{j} - 2\check{i} - 4\check{j} = 8\check{i} + 10\check{j}$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = (8\check{i} + 10\check{j})\,m}$$ ✓

b) Los vectores velocidad media y aceleración media.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(8\check{i} + 10\check{j})\,m}{10\,seg} = \boxed{(0.8\,\check{i} + \check{j})\,m/seg = \vec{v}_m}$$ ✓

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{(10)} - \vec{v}_{(0)}}{10\,seg} = \frac{(3\check{i} - 3\check{j})\,m/seg}{10\,seg} = \boxed{(0.3\,\check{i} - 0.3\,\check{j})\,\frac{m}{seg^2} = \vec{a}_m}$$

$$\vec{v}_A = 0\check{i} + 3\check{j} = 3\check{j} \rightarrow \vec{v}_{(0)}$$
$$\vec{v}_B = 3\check{i} + 0\check{j} = 3\check{i} \rightarrow \vec{v}_{(10)}$$

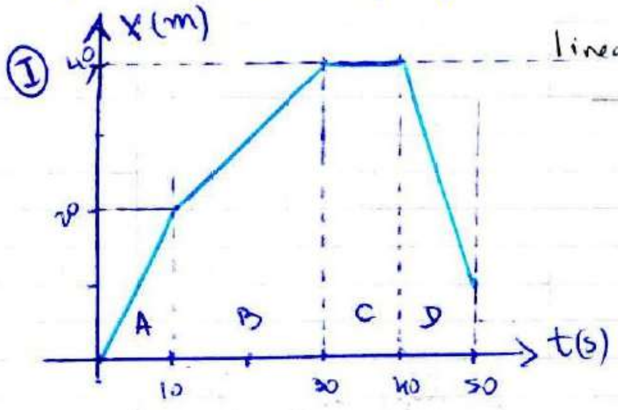
(3) Los gráficos de la figura representan la posición de un caminante en función del tiempo, siendo el movimiento rectilíneo.

a) Escriba las ecuaciones de movimiento para cada tramo

b) Grafique $v = v_{(t)}$

c) Hallar el desplazamiento y la longitud recorrida.

(I)



líneas rectas $\Rightarrow v = cte \rightarrow a = 0$

(A)	(B)	(C)	(D)
$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 30$	$30 \leq t < 40$	$40 \leq t \leq 50$
$v_A = \frac{x_{fA} - x_{iA}}{t_{fA} - t_{iA}}$	$v_B = \frac{x_{fB} - x_{iB}}{t_{fB} - t_{iB}}$	$v_C = \frac{x_{fC} - x_{iC}}{t_{fC} - t_{iC}}$	$v_D = \frac{x_{fD} - x_{iD}}{t_{fD} - t_{iD}}$
$v_A = \frac{20m - 0m}{10s - 0s}$	$v_B = \frac{40m - 20m}{30s - 10s}$	$v_C = \frac{20m - 20m}{40s - 30s}$	$v_D = \frac{10m - 40m}{50s - 40s}$
$\boxed{v_A = 2 m/s}$	$\boxed{v_B = 1 m/s}$	$\boxed{v_C = 0 m/s}$	$\boxed{v_D = -3 m/s}$

a) $\boxed{x_1(t) = 2 m/seg \cdot t}$ $\quad 0 \leq t < 10s$

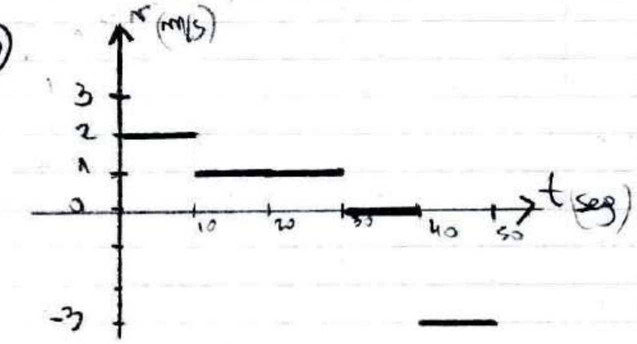
$x_2(t) = x_0 + 1 m/seg \cdot t \quad \xrightarrow[x = 20]{en\ t = 10} 20 = x_0 + 10m \rightarrow x_0 = 10m$

$\boxed{x_2(t) = 10 m + 1 m/seg (t-10)}$ $\quad 10 \leq t < 30$

$\boxed{x_3(t) = 40 m}$ $\quad 30 \leq t < 40$

$x_4(t) = x_0 - 3 m/seg (t-40) \xrightarrow[x = 40]{t = 40} \overbrace{40 = x_0 - 0 \cdot m}^{x_0 = 40m} \rightarrow \boxed{x_4(t) = 40 m - 3 m/s\, t}$ $\quad 40 \leq t \leq 50$

b)



c) Despl. $= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20m + 20m + 0m + (-30m) = 10m$

$\boxed{Desplaz = 10 m}$ ✓

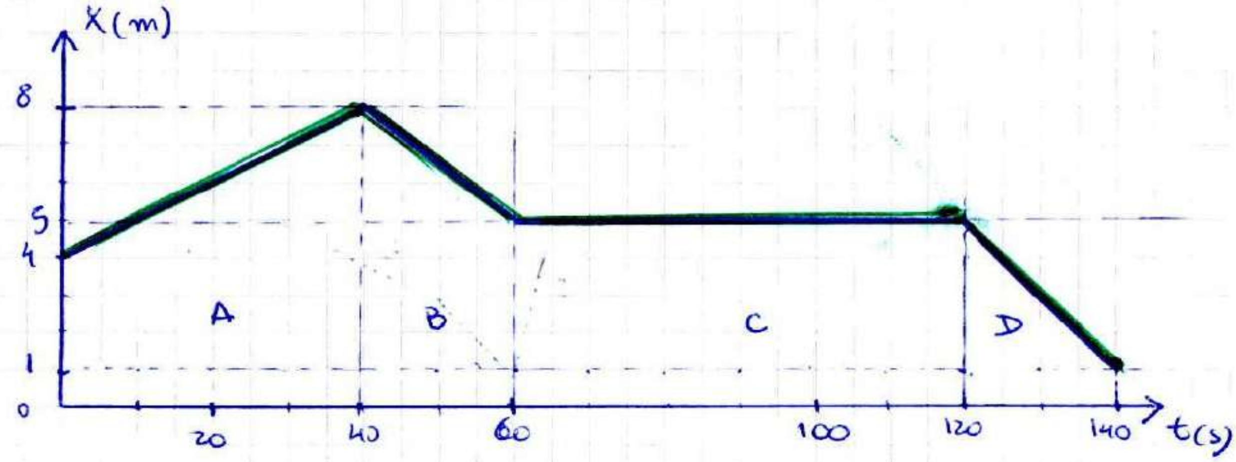
long. rec. $= |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| = (20 + 20 + 0 + 30) m = \boxed{70 m = long}$ ✓

cinem. pto mat.

Fisica I

cont. 3)

II



A $0<t<40$	B $40\leq t<60$	C $60\leq t<120$	D $120\leq t\leq 140$
$v_A=\frac{x_{fA}-x_{iA}}{t_{fA}-t_{iA}}$	$v_B=\frac{x_{fB}-x_{iB}}{t_{fB}-t_{iB}}$	$v_C=\frac{x_{fc}-x_{ic}}{t_{fc}-t_{ic}}$	$v_D=\frac{x_{fD}-x_{iD}}{t_{fD}-t_{iD}}$
$v_A=\frac{8m-4m}{40s-0s}$	$v_B=\frac{5m-8m}{60s-40s}$	$v_C=\frac{5m-5m}{120s-60s}$	$v_D=\frac{1m-5m}{140s-120s}$
$\boxed{v_A=0{,}10\,m/seg}$	$\boxed{v_B=-0{,}15\,m/seg}$	$\boxed{v_C=0\,m/seg}$	$\boxed{v_D=-0{,}20\,m/seg}$

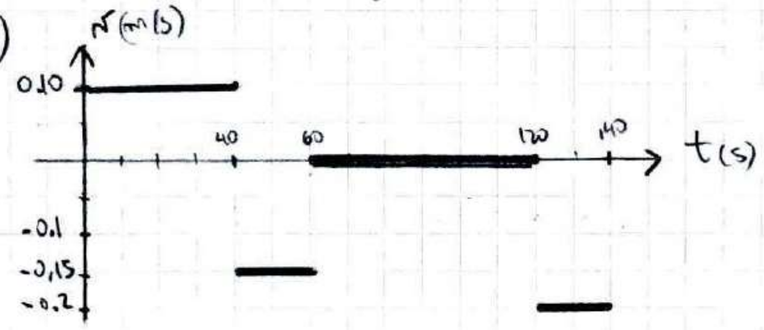
a) $\boxed{x_1(t)=4\,m+0.10\,m/seg\;t}$ ✓ $0<t<40$

$x_2(t)=x_0-0.15\,m/seg\,(t-40)\xrightarrow[x=8]{t=40} 8=x_0-0.15\times(40-40)\xrightarrow{x_0=8}\boxed{x_2(t)=8\,m-0.15\frac{m}{s}(t-40)}$ $40\leq t<60$

$\boxed{x_3(t)=5\,m}$; $60\leq t<120$

$x_4(t)=x_0-0.20\,m/seg\,(t-120)\longrightarrow x_0=5\longrightarrow\boxed{x_4(t)=5\,m-0.20\frac{m}{seg}(t-120)}$ $120\leq t\leq 140$

b)

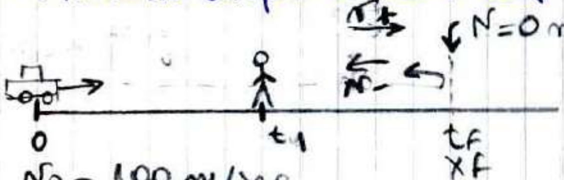


c) Desplazamiento $=|4\,m+(-3\,m)+0\,m+(-4\,m)|=|-3\,m|\rightarrow\boxed{\text{Despl.}=3\,m}$ ✓ $\Delta x=-3\,m$

long. total recorrida $=4+3+4=\boxed{11\,m=\text{largo total recorrido}}$ ✓

(4) Un móvil se dispara hacia la derecha con velocidad inicial del módulo 100 m/seg. El movimiento es rectilíneo y la aceleración vale 10 m/seg² hacia la izq. Un observador lo ve pasar primero hacia la derecha y luego hacia la izq. en un lapso de 4seg.
Determinar:

a) El instante en que el observador ve el móvil la primera vez



Hallo el tiempo que tarda en recorrer hasta que se detiene $\rightarrow X_F \rightarrow v_F = 0 \quad v_0 = 100$ m/seg

$v_0 = 100$ m/seg

$a = -10$ m/seg² $\xrightarrow{v} +$ $\xleftarrow{a} -$

$a = \frac{v_F - v_0}{t} \rightarrow t = \frac{v_F - v_0}{a} = \frac{-100 \text{ m/seg}}{-10 \text{ m/seg}^2} = 10\text{seg}$

tarde 10 seg hasta $X_F \rightarrow$ 2 seg   10seg $\rightarrow$ 4 seg

$\rightarrow \boxed{t = 8 \text{ seg}}$ ✓

b) La posición del móvil en ese instante

$X_{(t)} = \overset{0}{X_0} + v_0 t + \frac{a\, t^2}{2} \longrightarrow X_{(t)} = 100 \frac{m}{seg} \cdot t - \frac{10}{2} \frac{m}{seg^2} \cdot t^2 \rightarrow \boxed{X_{(8)} = 480 m}$ ✓

c) El alcance máximo logrado por el móvil

$X_{(t_F)} = X_{(10)} = 100 \frac{m}{seg} \cdot 10seg - \frac{10}{2} \frac{m}{seg^2} \cdot 10^2 seg^2 = 500$ m

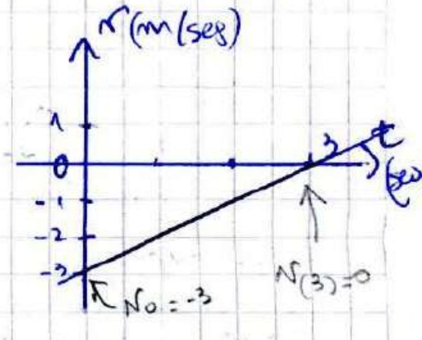
$\boxed{X_F = 500 m}$ ✓

cinem. pto mat.

Física 1

(5) El gráfico de la figura representa la velocidad de una partícula que se mueve sobre el eje x (positivo hacia la derecha). En el instante t=0 la partícula se encuentra 5 m a la izquierda del origen.

a) Indicar el desplazamiento alcanzado y la distancia máxima que alcanza la partícula a la izquierda del origen.



$X_0 = -5\,m \rightarrow$ 5 m a la izq del origen

$v_0 = -3\frac{m}{seg}$ $\quad v_{(3)} = 0\frac{m}{seg}$

Desplazamiento alcanzado $\rightarrow$ X en t_f donde $v_{tf} = 0\,m/seg$ y máx. dist. hacia la izq.

$$a = \frac{v_F - v_0}{\Delta t} = \frac{0-(-3\,m/seg)}{3\,seg} = \boxed{1\,m/seg^2 = a}$$

$$X_{(t)} = X_0 + v_0 t + \frac{a\,t^2}{2} \rightarrow X_{(3)} = -5m - 3\frac{m}{seg}\cdot 3seg + \frac{1}{2}\frac{m}{seg^2}\,3^2 seg^2 = -9{,}5\,m$$

$\rightarrow$ izq

$\boxed{d = 9{,}5\,m}$ a la izq. del origen

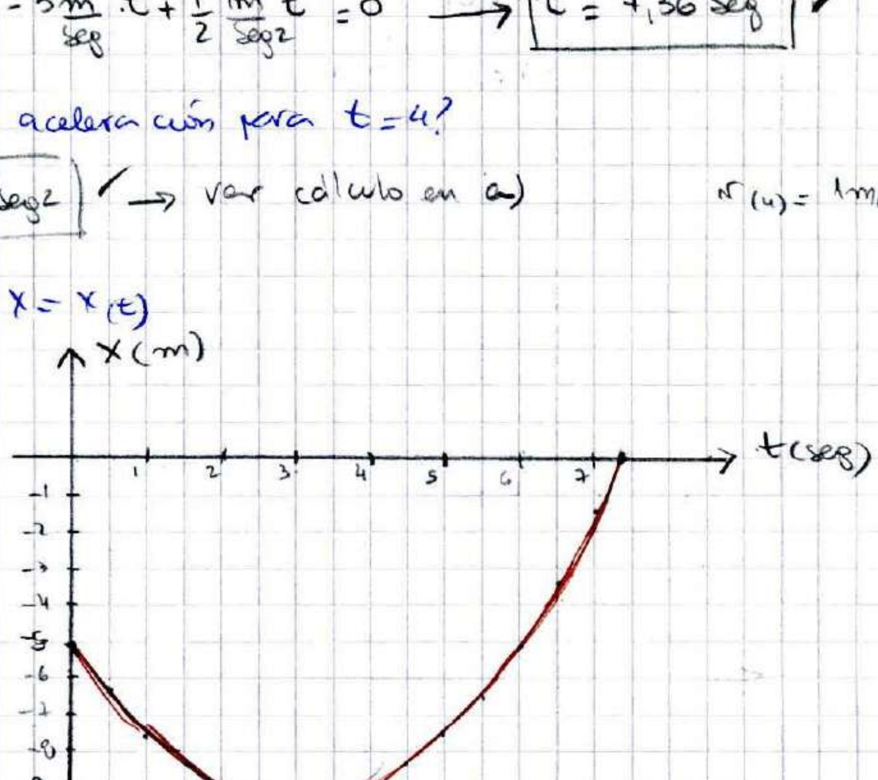
b) ¿en qué instante pasa por x=0?

$$X_{(t)} = -5m - 3\frac{m}{seg}\cdot t + \frac{1}{2}\frac{m}{seg^2}t^2 = 0 \longrightarrow \boxed{t = 7{,}36\,seg}$$

c) ¿cuál es su aceleración para t=4?

$\boxed{a = 1\,m/seg^2} \rightarrow$ ver cálculo en a) $\quad v_{(4)} = 1\,m/seg$

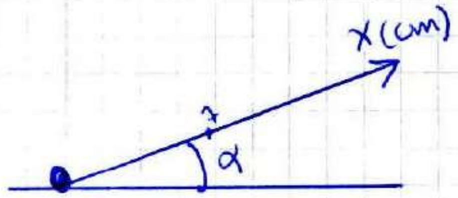
d) grafique $X = X_{(t)}$

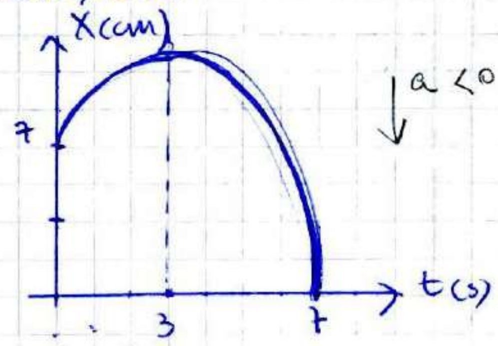


Sylvine

⑥ Se dispara una bolita sobre un plano inclinado, como se indica en la figura.
A partir del gráfico $x = x(t)$ de su movimiento, hallar

a) La ecuación del movimiento





en $t=0 \rightarrow x_0 = 7cm$
en $t=3 \rightarrow v = 0 cm/seg$
en $t=7 \rightarrow x = 0 cm$
$-a = ?$

$x_{(t)} = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$v_{(t)} = v_0 + a.t$

$v(3) = 0 = v_0 + 3a \rightarrow \boxed{v_0 = -3a\ seg}$

$x_{(t)} = 7cm + (-3a\ seg)t + \frac{at^2}{2} \xrightarrow{en\ t=7} x_{(7)} = 0 = 7cm - 3a.7seg^2 + \frac{a(7seg)^2}{2}$

divido todo por 7 $\rightarrow 1cm = 3a\ seg^2 - \frac{7a}{2} seg^2 = a.seg^2(3 - 7/2)$

$1cm = a.seg^2(-\frac{1}{2}) \rightarrow \boxed{\frac{-2cm}{seg^2} = a}$

$v_0 = -3a\ seg = -3\left(-2\frac{cm}{seg^2}\right) seg = \boxed{6 m/seg = v_0}$

$$\boxed{x(t) = 7cm + 6 m/seg . t - 1 cm/seg^2\, t^2}$$ ✓

b) El máximo alejamiento del origen en el sentido positivo

el máximo alejamiento se da en $t = 3$ (ver gráfico)

$x_{(3)} = 7cm + 6\frac{cm}{seg} . 3seg - \frac{1cm}{seg^2} . 3^2 seg^2 = 16cm$

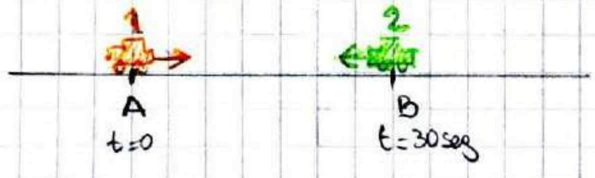
$\boxed{x_M = 16 cm}$ ✓

HOJA N° 4 num. pto mat.

FECHA

(7) Dos automóviles se desplazan por una misma ruta. El automóvil 1 pasa por el mojón A con una velocidad de 108 km/h, medio minuto después el automóvil 2 pasa por el mojón B con una velocidad de 72 km/h. Sabiendo que entre los mojones A y B hay una distancia de 5,4 Kms, hallar:

a) suponiendo que marchan en sentido contrario, la posición e instante de encuentro y la distancia recorrida por cada uno. Graficar $x = x(t)$



$v_{A_0} = 108\,Km/h = \boxed{30\,m/seg} = v_A$

$v_{B_0} = -72\,Km/h = \boxed{-20\,m/seg} = v_B$

$X_{A_0} = 0\,m \;,\; X_{B_0} = 5400\,m$

$t_{0A} = 0\,seg \qquad t_{0B} = t_{0A} + 30\,seg$

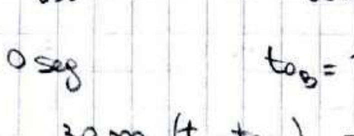
$X_{A(t)} = 30\,\frac{m}{seg}\,(t - t_{0A}) = 30\,\frac{m}{seg}\,.\,t$

$X_{B(t)} = 5400\,m - 20\,\frac{m}{seg}\,(t - t_{0B}) = 5400\,m - 20\,\frac{m}{seg}\,\overbrace{(t - (\overset{0}{t_{0A}} + 30\,seg))}^{t-30seg}$

$$\left.\begin{array}{l} X_{A(te)} = 30\,\frac{m}{seg}\,.\,te \\ X_{B(te)} = 5400\,m - 20\,\frac{m}{seg}\,(te - 30\,seg) \end{array}\right\} 30\,\frac{m}{seg}\,te = 5400\,m - 20\,\frac{m}{seg}\,te + 600\,m$$

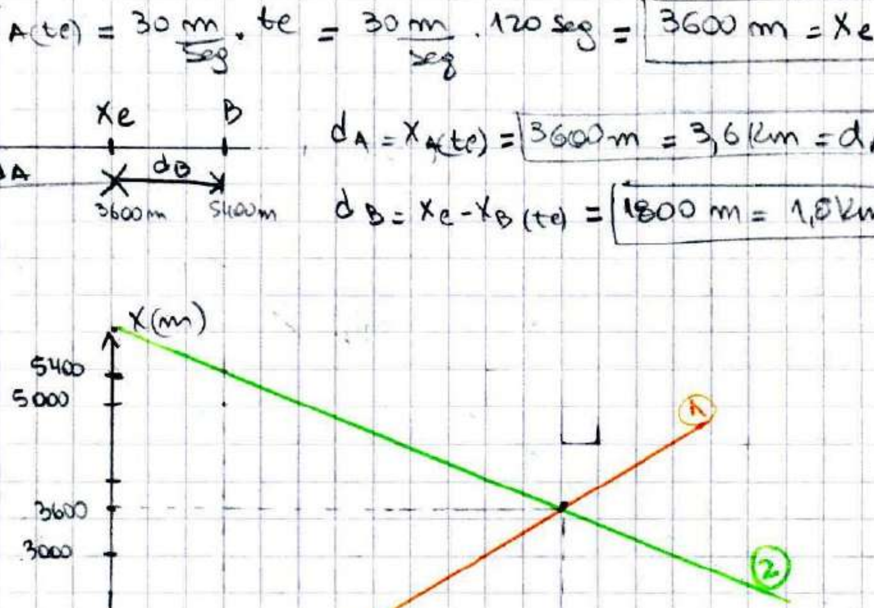
$$\rightarrow 6000\,m = 50\,\frac{m}{seg}\,te \rightarrow \boxed{te = 120\,seg = 2\,min}$$

$X(te) = X_{A(te)} = 30\,\frac{m}{seg}\,.\,te = 30\,\frac{m}{seg}\,.\,120\,seg = \boxed{3600\,m = X_e = 3{,}6\,Km}$



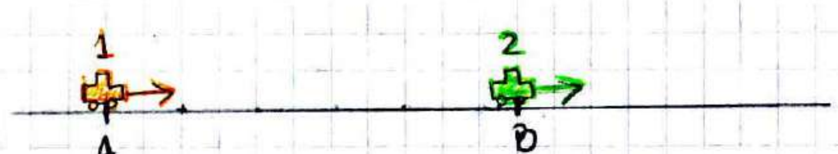
$d_A = X_{A(te)} = \boxed{3600\,m = 3{,}6\,Km = d_A}$

$d_B = X_e - X_{B(te)} = \boxed{1800\,m = 1{,}8\,Km = d_B}$



Sylvina

b) repetir los cálculos anteriores suponiendo que ambos automóviles marchan en el mismo sentido. Graficar $x = x(t)$



$x_B = 5400 m$

$t_{oA} = 0 seg$ $\quad$ $t_{oB} = t_{oA} + 30 seg = 30 seg$

$v_{oA} = 30 m/seg$ $\quad$ $v_{oB} = 20 m/seg$

$$x_{A(t)} = 30 \frac{m}{seg}(t - t_{oA}) = 30 \frac{m}{seg} . t$$

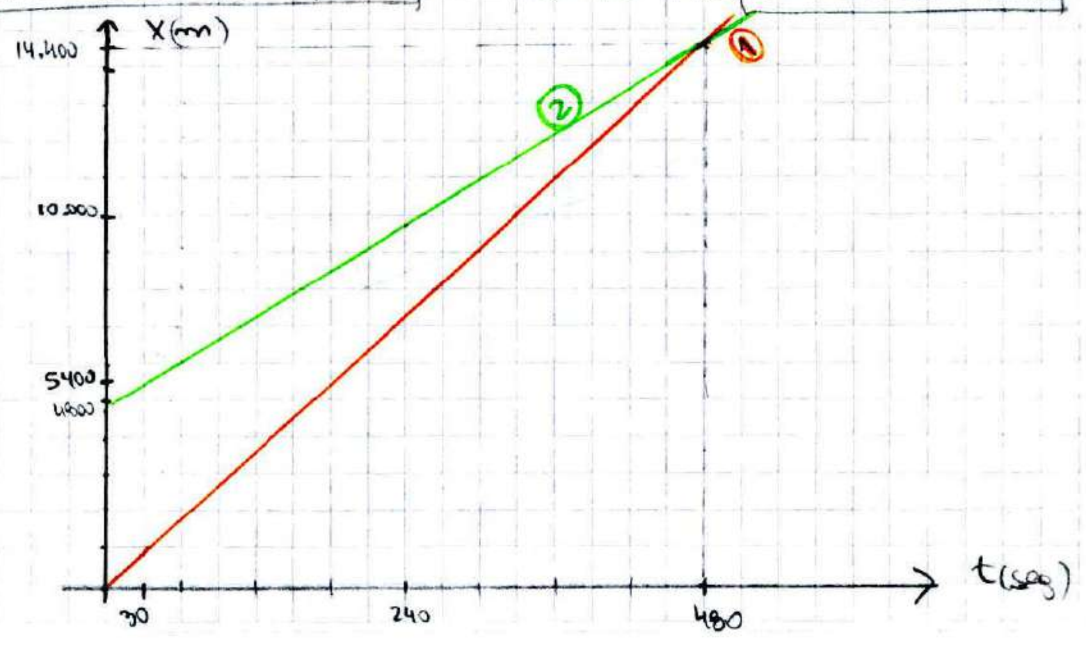
$$x_{B(t)} = 5400 m + 20 \frac{m}{seg}(t - t_{oB}) = 5400 m + 20 \frac{m}{seg}(t - 30 seg)$$

$$\begin{cases} x_{A(te)} = 30 \frac{m}{seg} . te \\ x_{B(te)} = 5400 m + 20 \frac{m}{seg} . te - 600 m = 4800 m + 20 \frac{m}{seg} te \end{cases}$$

$$30 \frac{m}{seg} . te = 4800 m + 20 \frac{m}{seg} te \rightarrow \frac{4800 m}{10 m/seg} = \boxed{480 seg = te = 8 min}$$

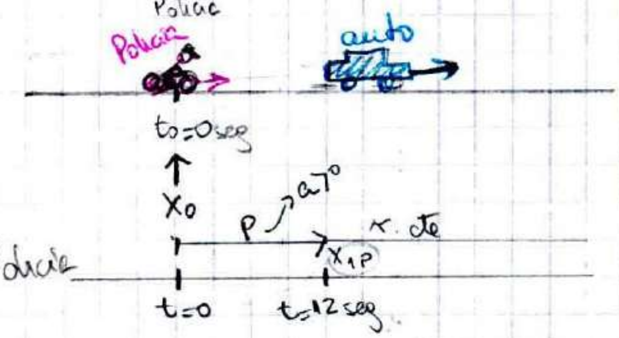
$$x_e = x_{A(te)} = 30 \frac{m}{seg} . 480 seg = \boxed{14.400 m = x_e = 14,4 Km}$$

$\boxed{d_A = 14.400 m = 14,4 Km}$ $\quad$ $d_B = x_e - x_B = \boxed{9000 m = d_B = 9 Km}$



(8) Un automóvil con exceso de velocidad viaje a 100 km/h y pasa frente a un patrullero en motocicleta que se encuentra parado al costado de la ruta. Si el policía sale inmediatamente en su persecución, acelerando durante 12 seg. a 3 m/seg² y continuando luego a velocidad constante.

a) Calcule la distancia que recorren ambos vehículos y el tiempo empleado por el policía en alcanzar el móvil.



P = policía
A = auto

$v_A = 100\, km/h = 27{,}78 \frac{m}{seg}$ $\quad \frac{250}{9}$

$v_{0P} = 0 \frac{m}{seg} \qquad a_P = 3 \frac{m}{seg^2}$

$X_{A(t)} = v_A . t = \boxed{27{,}78 \frac{m}{seg} . t = X_{A(t)}}$

$X_{P(t)} = X_0 + v_0 . t + \frac{a\,t^2}{2} = \begin{cases} 1{,}5\, m/seg^2\, t^2 & \text{si } 0 \le t \le 12 \\ 216\,m + 36\, m/seg\,(t-12) + & \text{si } t > 12 \end{cases}$

• $X_{1P} = \frac{a t^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{m}{seg^2} . 12^2 seg^2 = 216\,m$

• $v_f = \overset{0}{v_0} + a t = 3 \frac{m}{seg^2} . 12 seg = 36\, m/seg$

Analizo qué sucede con el auto en los 12 primeros segundos:

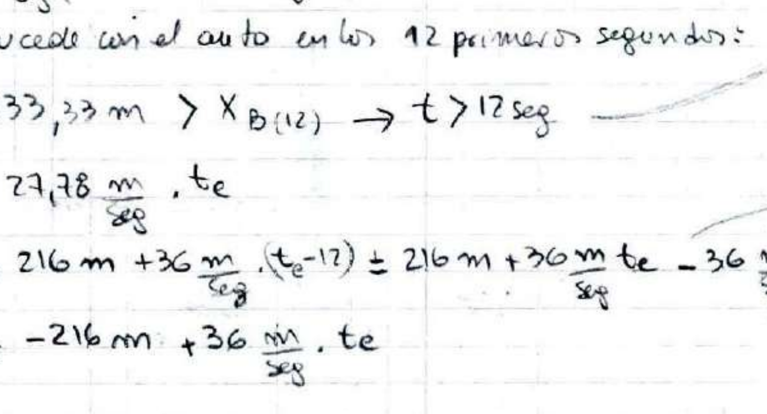
$X_{A(12)} = 333{,}33\,m > X_{B(12)} \rightarrow t > 12\, seg$

$\rightarrow \begin{cases} X_A(t_e) = 27{,}78 \frac{m}{seg} . t_e \\ X_B(t_e) = 216\,m + 36 \frac{m}{seg} . (t_e - 12) = 216\,m + 36 \frac{m}{seg} t_e - \overbrace{36 \frac{m}{seg} . 12 seg}^{432} = \\ \quad = -216\,m + 36 \frac{m}{seg} . t_e \end{cases}$

$\rightarrow 27{,}78 \frac{m}{seg} t_e = -216\,m + 36 \frac{m}{seg} t_e \longrightarrow 216\,m = 8{,}22 \frac{m}{seg} t_e \rightarrow \boxed{t_e = 26{,}27 seg}$ ✓

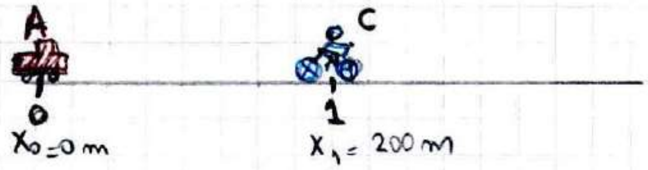
$X_e = X(t_e) = 27{,}78 \frac{m}{seg} . 26{,}27\, seg = \boxed{729{,}73\, m = X_e}$ ✓ $\boxed{X_A = X_P = X_e}$

b) Confeccione el gráfico $x = x(t)$



(9) Un automóvil va a una velocidad de 108 km/h en trayectoria rectilínea, cuando observa, 200 m adelante, un ciclista con una velocidad constante de 18 km/h en el mismo sentido, comienza a frenar en ese instante, con una aceleración de 1 m/seg² hasta detenerse.

a) Hallar en qué instante se produce el primer encuentro y la posición del automóvil en ese instante



$v_{A_0} = 108\,km/h = 30\,m/seg$

$a_{A_0} = -1\,m/seg^2$

$v_C = 18\,km/h = 5\,m/seg$

$$X_{A(t)} = 30\frac{m}{seg}\cdot t - 0.5\frac{m}{seg^2}t^2$$

$$X_{C(t)} = 200\,m + 5\frac{m}{seg}\cdot t$$

$$30\frac{m}{seg}t_e - 0{,}5\frac{m}{seg^2}t_e^2 = 200\,m + 5\frac{m}{seg}\cdot t_e$$

$$0{,}5\frac{m}{seg^2}t_e^2 - 25\frac{m}{seg}t_e + 200\,m = 0 \quad \begin{cases} t = 40\,seg \\ t = 10\,seg \end{cases}$$

1° encuentro: $\boxed{t = 10\,seg}$ ✓ $X_e = X_{(te)} = 200\,m + 5\frac{m}{seg}\cdot 10\,seg = \boxed{250\,m = X_{e_1}}$ ✓

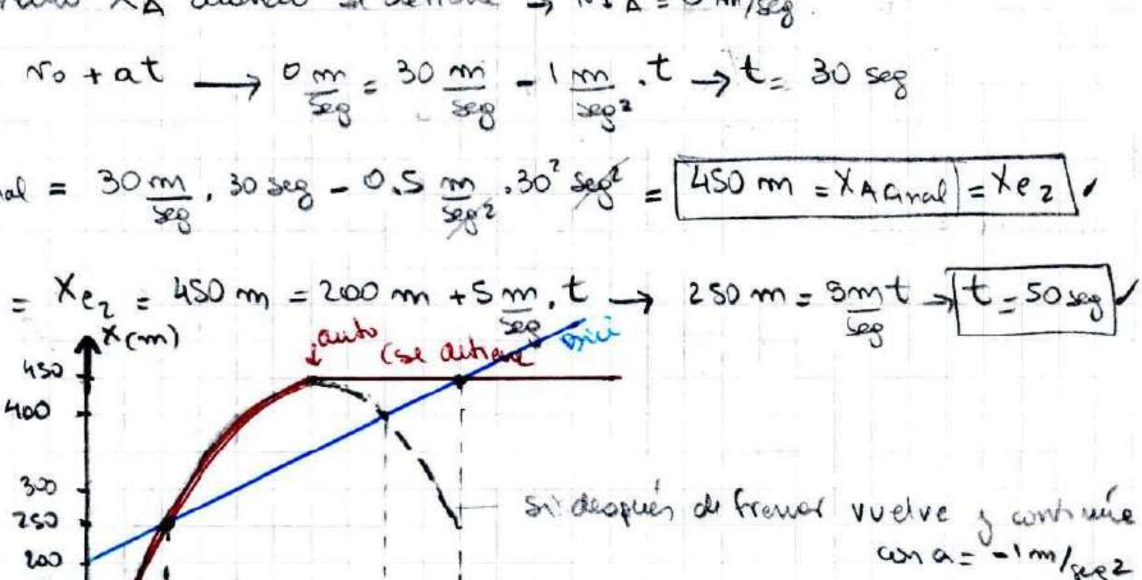
b) Posición e instante del segundo encuentro (suponer que el automóvil pasa junto al ciclista en el 1° encuentro y que, cuando frena, no retrocede)

Ahora hallo X_A cuando se detiene → $v_{f\,A} = 0\,m/seg$

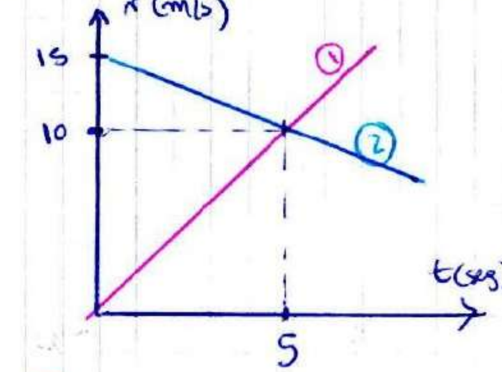
$$v_f = v_0 + at \longrightarrow 0\frac{m}{seg} = 30\frac{m}{seg} - 1\frac{m}{seg^2}\cdot t \rightarrow t = 30\,seg$$

$$X_{A\,final} = 30\frac{m}{seg}\cdot 30\,seg - 0.5\frac{m}{seg^2}\cdot 30^2\,seg^2 = \boxed{450\,m = X_{A\,final}} = X_{e_2}$$ ✓

$$X_{C(t)} = X_{e_2} = 450\,m = 200\,m + 5\frac{m}{seg}\cdot t \rightarrow 250\,m = 5\frac{m}{seg}t \rightarrow \boxed{t = 50\,seg}$$ ✓



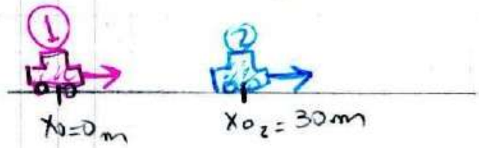
(10) En el instante en que se acciona el cronómetro dos móviles se encuentran separados 30 m (el móvil 2 se encuentra delante del móvil 1, y éste en el origen de coordenadas). A partir de los datos que se pueden extraer del gráfico de la figura,



a) Hallar la posición e instante de encuentro

el móvil 1 tiene : $v_0 = 0$ m/seg
$v(5) = 10$ m/seg
$x_{0_1} = 0$ m
$a > 0$

el móvil 2 tiene : $v_0 = 15$ m/seg
$v(5) = 10$ m/seg
$a < 0$
$x_{0_2} = 30$ m



$x_{(t)} = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$

$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m/seg}}{5 \text{ seg}} = \boxed{2 \text{ m/seg}^2 = a_1}$

$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-5 \text{ m/seg}}{5 \text{ seg}} = \boxed{-1 \text{ m/seg}^2 = a_2}$

$x_1(t) = 1 \frac{m}{seg^2} t^2$

$x_2(t) = 30 \text{ m} + 15 \frac{m}{seg} \cdot t - 0.5 \frac{m}{seg^2} \cdot t^2$

te :

$1 \frac{m}{seg^2} t_e^2 = 30 \text{ m} + 15 \frac{m}{seg} \cdot t_e - 0{,}5 \frac{m}{seg^2} t_e^2$

$\to 1{,}5 \frac{m}{seg^2} t_e^2 - 15 \frac{m}{seg} t_e - 30 \text{ m} = 0 \to \boxed{t = 11{,}71 \text{ seg}}$; $\cancel{t = -1{,}71}$ $t > 0$

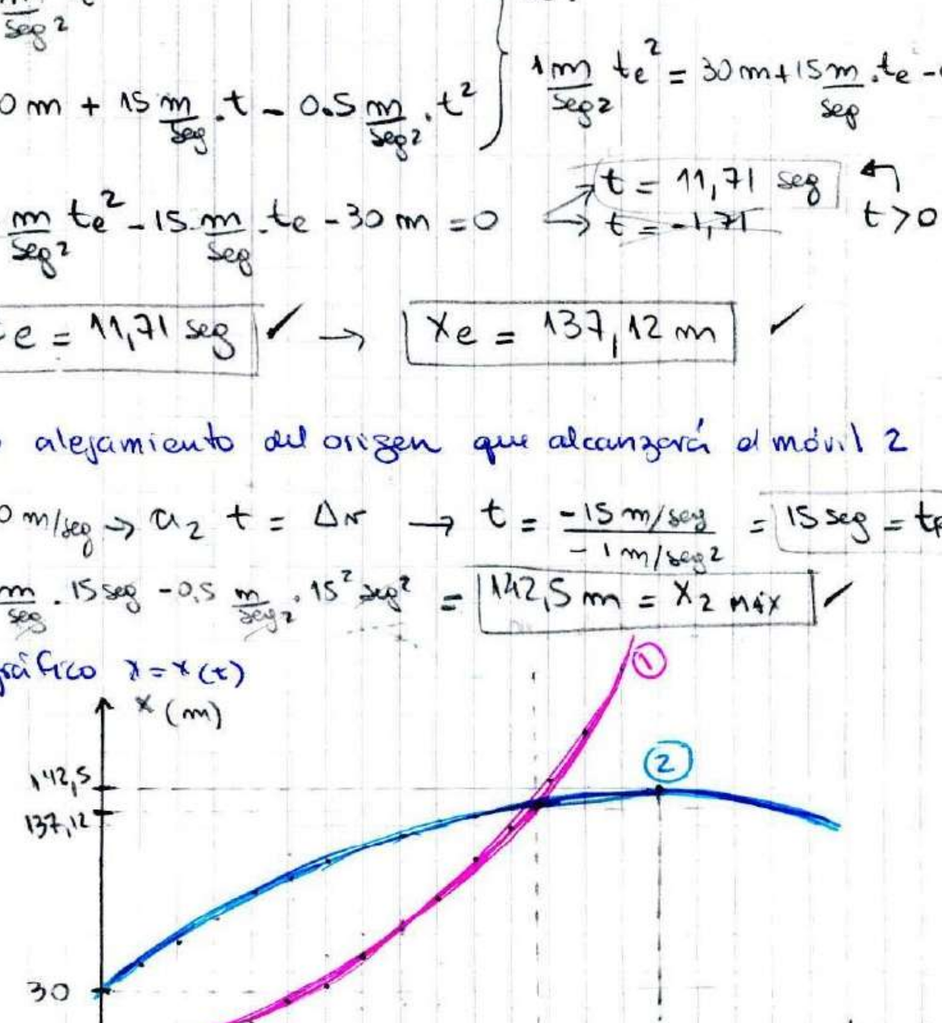
$\boxed{t_e = 11{,}71 \text{ seg}}$ ✓ $\to \boxed{x_e = 137{,}12 \text{ m}}$ ✓

b) Hallar el máximo alejamiento del origen que alcanzará el móvil 2

$x_{2MAX} \to v_B = 0 \text{ m/seg} \to a_2 \, t = \Delta v \to t = \frac{-15 \text{ m/seg}}{-1 \text{ m/seg}^2} = \boxed{15 \text{ seg} = t_{f_2}}$

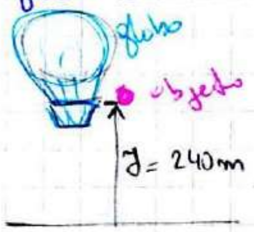
$x_{(t_{f_2})} = 30 \text{ m} + 15 \frac{m}{seg} \cdot 15 \text{ seg} - 0{,}5 \frac{m}{seg^2} \cdot 15^2 \text{ seg}^2 = \boxed{142{,}5 \text{ m} = x_{2\,máx}}$ ✓

c) confeccione el gráfico $x = x(t)$



(11) Desde un globo que está a 240 m del suelo y asciende a 6 m/s se deja caer un objeto.
Calcular, suponiendo nulo rozamiento con el aire:

a) La altura máxima alcanzada por el objeto y la posición del globo en ese instante



$$y(t) = 240\,m + 6\frac{m}{seg} \cdot t - 0{,}5\frac{m}{seg^2}\,t$$

$$\uparrow v_o = 6\frac{m}{seg} \qquad y_{máx} = y_0 + \frac{|v_0|^2}{2|g|} = 240\,m + \frac{36\,m^2/seg^2}{2 \cdot 10\,m/seg^2} = 241{,}80\,m$$

$$\boxed{y_{máx\ obj.} = 241{,}80\,m} \checkmark \quad y_{obj}(t) = 240\,m + 6\frac{m}{seg}\,t - 5\frac{m}{seg^2}\,t^2$$

$$\text{en } y_{obj}(t) = 241{,}80\,m = 240\,m + 6\frac{m}{seg}\,t - 5\frac{m}{seg^2}\,t^2$$

$$\rightarrow t = 0{,}6\,seg$$

$$y_{GLOBO}(t) = 240\,m + 6\frac{m}{seg} \cdot t \rightarrow \boxed{y_{GLOBO}(0{,}6) = 243{,}60\,m} \checkmark$$

b) La posición y la velocidad del objeto al cabo de 6 seg.

$$y_{obj}(6) = 240\,m + 6\frac{m}{\cancel{seg}}\,6\cancel{seg} - 5\frac{m}{\cancel{seg^2}}\,6^2\cancel{seg^2} = \boxed{96\,m = y_{obj}(6)} \checkmark$$

$$a\,t = v_f - v_i \rightarrow -10\frac{m}{seg^2} \cdot 6\,seg = v_f - 6\frac{m}{seg}$$

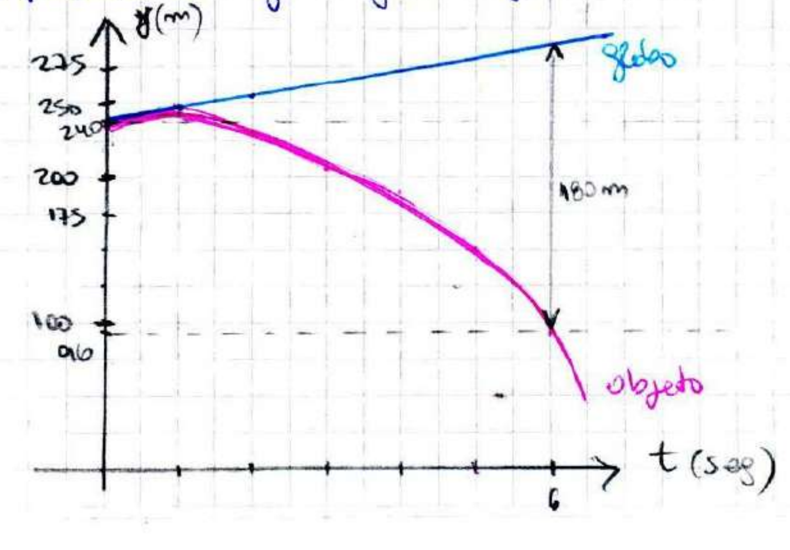
$$v_f = -60\,m/seg + 6\,m/seg = -54\,m/s \qquad \boxed{v_{obj}(6) = -54\,m/seg} \checkmark$$

c) ¿A qué distancia del globo se encuentra el objeto en el instante 6 s?

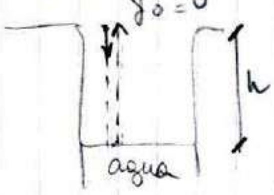
$$y_{GLOBO}(6) = 240\,m + 6\frac{m}{seg} \cdot 6\,seg = 276\,m$$

$$y_{GLOBO}(6) - y_{OBJETO}(6) = 276\,m - 96\,m = \boxed{180\,m = d} \checkmark$$

d) Graficar la posición del globo y del objeto en función del tiempo



(12) Se deja caer una piedra en un pozo. Al cabo de seis segundos de soltarla se oye el choque con el agua. La velocidad de propagación del sonido es de 340 m/seg en el aire. Calcular el tiempo que tarda en caer y la profundidad del pozo.



"profundidad del pozo" supongo que es hasta el agua: h

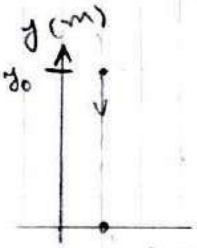
$a = -10\ m/seg^2$

$v_{0\,p} = 0\ m/seg$

$v_{0\,sonido} = 340\ m/seg$

$\uparrow v > 0 \quad \downarrow v < 0 \quad a < 0 \downarrow$

$t_0 = t_{caída}$ $\quad t_1 = t_{del\ sonido}$ $\quad , \underbrace{t_0 + t_1}_{t} = 6\ seg \rightarrow t_1 = (6\ seg - t_0)$



$$y_{p}(t) = \overbrace{y_0}^{h} - 5 \frac{m}{seg^2} t^2 \longrightarrow y_{p}(t_0) = 0 = \overbrace{y_0}^{h} - 5 \frac{m}{seg^2} t_0^2 \quad \text{I}$$

$$y_{s}(t) = 340 \frac{m}{seg} . t \longrightarrow y_{s}(t_1) = h = y_0 = 340 \frac{m}{seg} . t_1$$

$$\xrightarrow{\text{I}} \underbrace{h = 5 \frac{m}{seg^2} t_0^2 \quad y \quad h = 340 \frac{m}{seg} t_1}$$

$$5 \frac{m}{seg^2} t_0^2 = 340 \frac{m}{seg} . (6\ seg - t_0) = 2040\ m - 340 \frac{m}{seg} t_0$$

$$5 \frac{m}{seg^2} t_0^2 + 340 \frac{m}{seg} t_0 - 2040\ m = 0 \longrightarrow t_0 = 5{,}5474$$

$\rightarrow \cancel{t_0 = -73}$ $\quad t > 0$

$t_0 = 5{,}55\ seg \rightarrow t_1 = 0{,}45\ seg$

$$\boxed{t_{caer} = 5{,}55\ seg} \checkmark$$

Prof:

$$\underbrace{y_{(5,55)}}_{0} = h - 5 \frac{m}{seg^2} (5{,}55)^2\ seg^2$$

$$\rightarrow h = 5\ m\ (5{,}55)^2 = 154$$

$$\boxed{h = 154\ m} \checkmark$$

(13) Un cohete parte del reposo moviéndose hacia arriba con una aceleración vertical constante de 19,5 m/seg² durante 1 minuto.
En ese momento se agota el combustible y sigue subiendo como una partícula libre.

a) ¿cuál es la máxima altura que alcanza?

$y(60)$ — $\uparrow a = -10\ m/seg^2$ tramo 2

60 seg — $a = 19{,}5\ m/seg^2$ tramo 1

$v_0 = 0\ m/seg$ — $y = 0$

$$y_1(t) = \frac{19{,}5}{2}\frac{m}{seg^2}\cdot t^2 = +9{,}75\frac{m}{seg^2}t^2$$

$$y_2(t) = -5\frac{m}{seg^2}(t-60)^2 + y(60) + v_0(t-60)$$

$$y(60) = 9{,}75\frac{m}{seg^2}\cdot 60^2\,seg^2 = \boxed{35.100\ m = y(60)}$$

$$v_{F\ tramo\ 1} = a\,t_F + \overset{0}{v_0} = 19{,}5\frac{m}{seg^2}\cdot 60\,seg = \boxed{1170\ m/seg = v_{0\ tramo\ 2}}$$

$$y_{max} \rightarrow v_{F\ tramo\ 2} = 0\ m/seg \rightarrow \underbrace{v_{F\ tramo\ 2}} = g(t-60) + v_{0\ tramo\ 2}$$

$$0 = -10\frac{m}{seg^2}t + 600\frac{m}{seg} + 1170\frac{m}{seg}$$

$$10\frac{m}{seg^2}t = 1770\frac{m}{seg} \rightarrow \boxed{t = 177\,seg}$$

$$y_{max} = y_2(177) = -5\frac{m}{seg^2}(177-60)^2 seg^2 + 35.100\ m + 1170\frac{m}{seg}\cdot(177-60)\,seg = 103\,545\ m$$

$$\boxed{y_{max} = 103{,}545\ Km}\ ✓$$

b) ¿cuál es el tiempo total transcurrido desde que despega hasta que cae al suelo?

$$y_2(t) = 0 = -5\frac{m}{seg^2}(t-60)^2 + 35\,100\,m + 1170\frac{m}{seg}(t-60) =$$

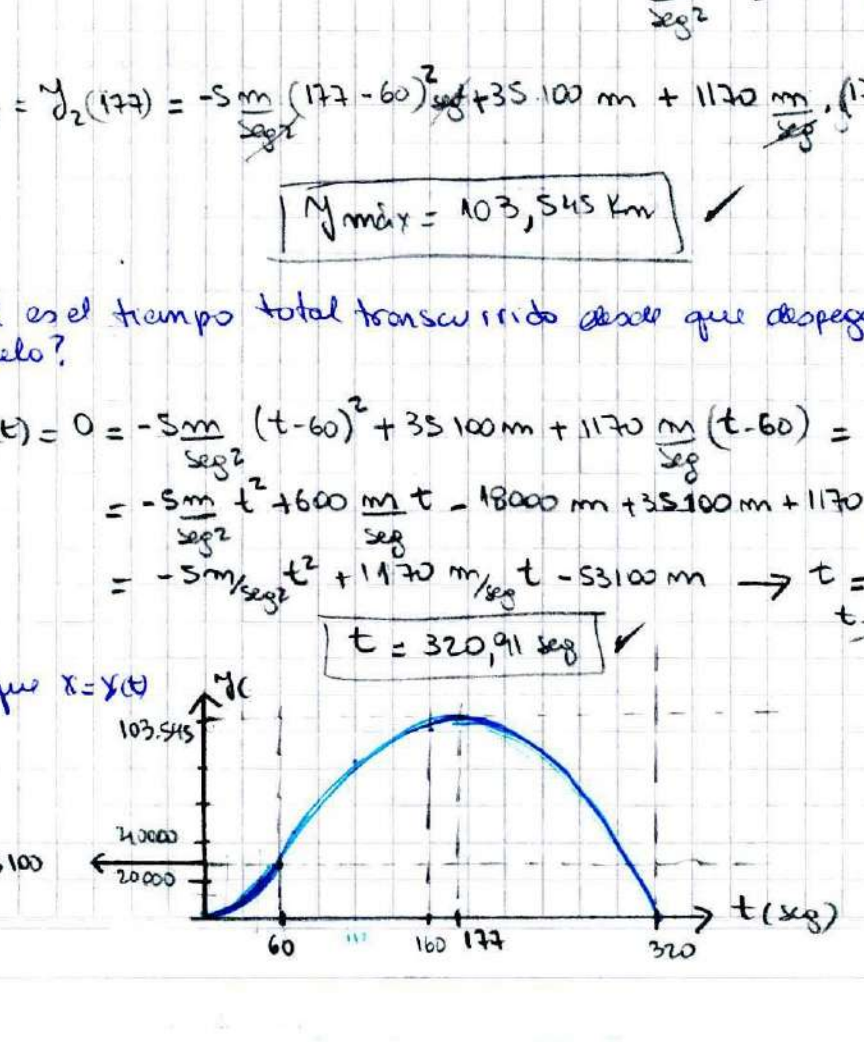
$$= -5\frac{m}{seg^2}t^2 + 600\frac{m}{seg}t - 18000\,m + 35\,100\,m + 1170\frac{m}{seg}t - 70.200\,m =$$

$$= -5\,m/seg^2\,t^2 + 1170\,m/seg\,t - 53100\,m \rightarrow t = 320{,}91\,seg$$

~~t = 33,10 seg~~ $t > 177$

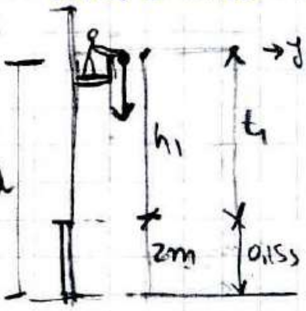
$$\boxed{t = 320{,}91\,seg}\ ✓$$

c) Grafique x=x(t)



(14) El portero de un edificio se encuentra frente a la puerta de entrada que tiene 2 m de altura. Un niño, que se halla en la ventana de un piso superior, deja caer varios objetos. Para averiguar de qué piso provienen, el portero observa que éstos recorren el tramo de la puerta en 0,15 segundos.

¿En qué piso se encuentra el niño? (considerar que cada piso tiene 3 m de altura)



$\boxed{\downarrow +}$ $\quad a = 10 \frac{m}{seg^2}$

$h_1 + 2m = h$

$t_1 + 0{,}15\ seg = t$

$y(t) = 5\frac{m}{seg^2} \cdot t^2 = h$

$y(t_1) = 5\frac{m}{seg^2}\, t_1^2 = h_1$ (I)

$y(\underbrace{t_1+0{,}15}_{t}) = 5\frac{m}{seg^2}(\underbrace{t_1+0{,}15}_{t})^2 = \underbrace{h_1+2m}_{h}$ (II)

(I) $h_1 = 5\frac{m}{seg^2}\, t_1^2$

(II) $h_1 = 5\frac{m}{seg^2}(t_1+0.15)^2 - 2m$

$\cancel{5\frac{m}{seg^2}\, t_1^2} = \cancel{5\frac{m}{seg}\, t_1^2} + 1{,}5\frac{m}{seg}\, t_1 + 0{,}1125m - 2m$

$1{,}8875m = 1{,}5\frac{m}{seg}\, t_1 \rightarrow \boxed{t_1 = 1{,}26 seg}$

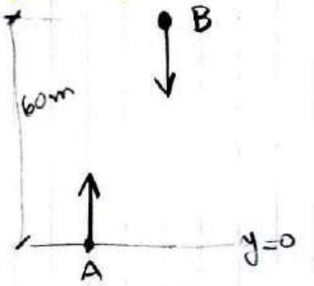
$t_1 = 1{,}26 seg \rightarrow t = 1{,}41 seg$

$d = y(1{,}41) = 5\frac{m}{seg^2}\cdot(1{,}41)^2 seg^2 = \boxed{9{,}94\ m}$

$\boxed{3^{\circ}\ piso}$

(15) Se arroja verticalmente una piedra (A) desde el piso y hacia arriba con velocidad inicial de 30 m/s.
Dos segundos más tarde, se suelta otra (B) desde una altura de 60 m.
Hallar, tomando como origen del sist. de referencia en el piso y sentido positivo hacia arriba:

a) en qué instante se encuentran a la misma altura.



$v_{0A} = 30\ m/seg$ $\quad y_A(t) = 30 \frac{m}{seg} \cdot t - 5 \frac{m}{seg^2} t^2$

$v_{0B} = 0\ m/seg$ $\quad y_B(t) = -5 \frac{m}{seg^2} (t-2)^2 + 60\ m$

$a = -10 \frac{m}{seg^2}$

$$y_A(te) = y_B(te) \rightarrow 30 \frac{m}{seg} te - \cancel{5 \frac{m}{seg^2} te^2} = \cancel{-5 \frac{m}{seg^2} t_e^2} + 20 \frac{m}{seg} te - 20m + 60m$$

$$10 \frac{m}{seg} te = 40\ m \rightarrow \boxed{t_e = 4\ seg}$$ ✓

b) el valor de dicha altura

$$y_A(te) = y_A(4) = 30 \frac{m}{seg} \cdot 4 seg - 5 \frac{m}{seg^2} 4^2 seg^2 \rightarrow \boxed{y_{A(te)} = 40 m}$$ ✓

c) la velocidad de ambos en el momento del encuentro, indicando su sentido.

$$a\, te = \underbrace{\Delta v}_{v_F - v_0} \rightarrow ①\ -10 \frac{m}{seg^2} \cdot 4 seg + 30 \frac{m}{seg} = \boxed{v_{FA} = -10 \frac{m}{seg}} \text{ (hacia abajo)}$$

recordar: $v = \frac{dx}{dt}$

$$②\ -10 \frac{m}{seg^2} (4-2) seg = \boxed{v_{FB} = -20 \frac{m}{seg}} \text{ (hacia abajo)}$$

d) la velocidad de ambas piedras al alcanzar el piso

$$y_A(t) = 0 = 30 m/seg\ t - 5 m/seg^2\ t^2 \rightarrow t_{FA} = 6 seg \quad (t = 0 \text{ lo descarto})$$

$$y_B(t) = 0 = 60m - 5m/seg^2 (t-2)^2 = -5m/seg^2\ t^2 + 20\ m/seg\ t + 40m \rightarrow t_{FB} = 5{,}46 seg$$

Ⓐ: $-10\ m/seg^2 \cdot 6\ seg + 30\ m/seg = \boxed{v_{FA\ piso} = -30\ m/seg}$ ✓

Ⓑ: $-10\ m/seg^2 (5{,}46-2) seg = \boxed{v_{FB\ piso} = -34{,}6\ m/seg}$ ✓

e) Repetir los cálculos tomando como origen del sistema de referencia en la posición de lanzamiento de la piedra B y sentido positivo hacia abajo. Compare resultados

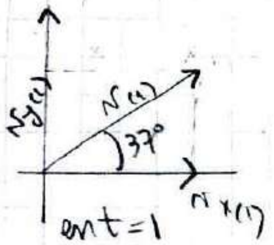
Dan todos los mismos resultados pero con el signo inverso (salvo tiempos)

cinem. pto mat.

(16) Se dispara en forma oblicua un proyectil desde una altura de 15m sobre el piso; al segundo de haber sido lanzado se encuentra ascendiendo con una velocidad de módulo 20 m/s, formando un ángulo de 37° con la horizontal. Hallar:

a) la velocidad inicial

La aceleración está dada en la dirección vertical → en "y". En x se mantiene constante



$$v_{x(1)} = \cos(37°) \cdot \overset{20\,m/s}{v(1)} = 0.8 \times 20\frac{m}{seg} = \boxed{16\,m/seg = v_{x(1)}}$$

$$v_{y(1)} = -10\frac{m}{seg^2}\,1seg + v_{oy} = \frac{20m}{seg}\cdot \operatorname{sen}(37°)$$

$$-10\,m/seg + v_{oy} = 12\,m/seg \rightarrow \boxed{v_{oy} = 22\,m/seg}$$

$$v_{ox} = 16\,m/seg = v_o \cdot \cos(\alpha) \rightarrow v_o = \frac{16\,m/seg}{\cos(\alpha)}$$

$$v_{oy} = 22\,m/seg = v_o \operatorname{sen}(\alpha) \rightarrow v_o = \frac{22\,m/seg}{\operatorname{sen}(\alpha)}$$

$$\frac{16\,m/seg}{\cos(\alpha)} = \frac{22\,m/seg}{\operatorname{sen}(\alpha)}$$

$$\rightarrow \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = tg(\alpha) = \frac{22}{16} = 1{,}375 \rightarrow \alpha = 54° \rightarrow v_o = \frac{16m/seg}{\cos(54)} = \boxed{27{,}22\frac{m}{seg} = v_o}$$ ✓

b) Las coordenadas de la altura máxima.

$$\text{en } y\,máx \rightarrow v_{y(t)} = 0 \rightarrow 0 = -10\frac{m}{seg^2}t + v_{oy} \rightarrow 22\frac{m}{seg} = 10\frac{m}{seg^2}t \rightarrow \boxed{t = 2{,}2seg}$$

$$y_{(t)} = -5\,m/seg^2\,t^2 + v_{oy}t + y_o \rightarrow y_{max} = y_{(2,2)} = \boxed{39{,}2\,m = y_{máx}}$$ ✓

$$x_{(t)} = v_{ox} \cdot t = 16\,m/seg \cdot 2{,}2\,seg = \boxed{x_{max} = 35{,}2\,m}$$ ✓

c) Con qué velocidad alcanza el piso

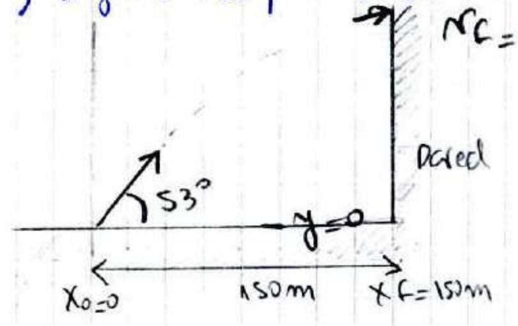
$$\text{piso} \Rightarrow y_{(t)} = 0 = -5\,m/seg^2\,t^2 + 22\,m/seg\,t + 15\,m \rightarrow \boxed{t = 5\,seg}$$

$$\left.\begin{aligned} v_{x(5seg)} &= 16\,m/seg \\ v_{y(5)} &= -10\frac{m}{seg^2} \cdot 5\,seg + 22\,m/seg = -28\,m/seg \end{aligned}\right\} v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = 32{,}25$$

$$\boxed{v_f = 32{,}25\,m/seg}$$

(17) Se dispara un proyectil desde el piso, formando un ángulo de 53° con la horizontal. Se sabe que en el punto más alto de la trayectoria su velocidad es de 30 m/seg e impacta en una pared situada a 150 m de distancia desde el punto de lanzamiento.

a) Haga un esquema de la situación y halle la velocidad inicial



Punto más alto → $\boxed{\text{en } y_{max} \rightarrow v_y = 0}$

$v_f = v_x\, i + \underbrace{v_y\, j}_{0} \rightarrow v_x = 30$ m/seg, $v_y = 0$

$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos(53) \rightarrow v_0 = \frac{30\text{ m/seg}}{\cos 53}$

$\boxed{v_0 = 50\text{ m/seg}}$ ✓

b) Halle su posición 3 seg. después de lanzado

$y_{(3)} = -5\frac{m}{seg^2}\, 3^2 seg^2 + v_{0y} \cdot 3 = -45m + \underbrace{50\frac{m}{seg} \cdot \text{sen}(53) \cdot 3}_{120m} = \boxed{75m = y_{(3)}}$ ✓

$x_{(3)} = v_{0x} \cdot 3 = v_0 \cdot \cos(53) \cdot 3 = \boxed{90m = x_{(3)}}$ ✓

c) Halle la altura de impacto con la pared

$x_{(t)} = 150m = v_{0x} \cdot t = 30\frac{m}{seg}\, t \rightarrow \boxed{t = 5seg}$

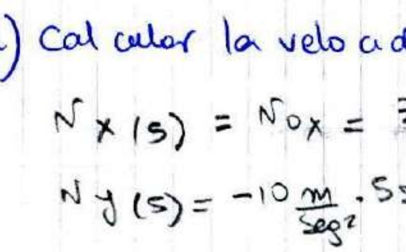
$y_{(5)} = -5\, m/seg^2\, 5^2 seg^2 + 50\frac{m}{seg} \cdot \text{sen}(53) \cdot 5\, seg = \boxed{74{,}66m = y_{max}}$ ✓

d) Calcular la velocidad de impacto, en módulo, dirección y sentido

$v_{x(5)} = v_{0x} = 30$ m/seg

$v_{y(5)} = -10\frac{m}{seg^2} \cdot 5seg + v_{0y} = -50\, m/seg + 50\frac{m}{seg}\, \text{sen}(53) = -10$ m/seg

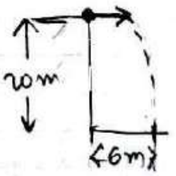
$v_f = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 31{,}62 \rightarrow \boxed{|v_f| = 31{,}62\text{ m/seg}}$ ✓



$tg(\alpha) = \frac{op}{ady} = \frac{-10}{30} = -1/3 \rightarrow \boxed{\alpha = -18{,}4°}$ ✓

(18) Desde lo alto de un edificio de 20 m de altura se arroja una piedra en dirección horizontal con la velocidad inicial v_0. La piedra golpea en la calle a una distancia de 6 m del pie del edificio:

a) ¿cuánto tiempo tardó la piedra en golpear el piso?



$y_0 = 20\,m$, $v_{0y} = 0\,m/seg$, $v_{0x} = v_0$

$$y_{(t)} = -5\frac{m}{seg^2}t^2 + \overset{0}{v_{0y}\,t} + \overset{20}{y_0} \longrightarrow y_{(t)} = 0 = -5\frac{m}{seg^2}t^2 + 20\,m$$

$$5\frac{m}{seg^2}t^2 = 20\,m \longrightarrow \boxed{t = 2\,seg}$$

b) Calcule la velocidad inicial v_0 con que se arrojó la piedra

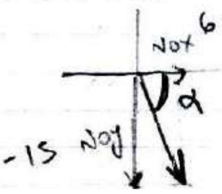
$$x_{(t)} = v_{0x}\,t + \overset{0}{x_0} \longrightarrow x_{(t)} = 6\,m = v_0\,t \longrightarrow x_{(2)} = 6\,m = v_0\,2seg \rightarrow \boxed{v_0 = 3\,m/seg}$$

c) ¿con qué velocidad inicial, en módulo dirección y sentido, habrá que tenerla para que llegue al piso en la misma posición anterior en 1seg?

$$y(t) = -5\frac{m}{seg^2}t^2 + v_{0y}\,t + y_0 \longrightarrow y_{(1)} = 0 = \overset{-5m}{-5\frac{m}{seg^2}\,\cancel{1seg^2}} + v_{0y}\,1seg + 20m$$

$$\boxed{v_{0y} = -15\frac{m}{seg}}$$

$$x_{(t)} = v_{0x}\,t + \overset{0}{x_0} \longrightarrow x_{(1)} = 6\,m = v_{0x}\cdot 1seg \Rightarrow \boxed{v_{0x} = 6\frac{m}{seg}}$$

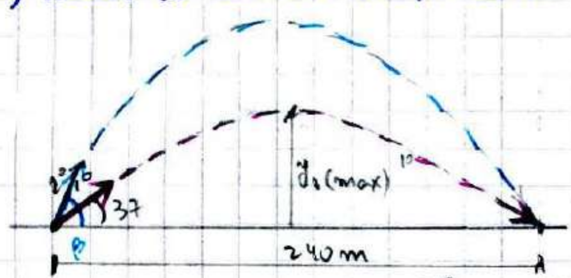


$$v_0 = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2} = \boxed{90\,m/seg = v_0}$$

$$tg(\alpha) = \frac{op}{hip} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \rightarrow \boxed{\alpha = -68°}$$ hacia abajo

(19) Se lanzan simultáneamente dos flechas con ballestas desde una misma posición y sobre el piso con la misma velocidad inicial, la primera de ellas formando un ángulo de 37° con la horizontal. Seis segundos después hace impacto con el piso la primera a 240 m de distancia del punto de lanzamiento y dos segundos más tarde cae la segunda en el mismo lugar.

a) Hallar la altura máxima alcanzada por la primera flecha



$tf_1 = 6 seg$

$Xf_1 = Xf_2 = 240 m$

$tf_2 = 8 seg$

$y_{max} = \frac{V_0^2 \, sen^2(\alpha)}{2g}$

$V_x = V_{0x} = V_0 . \cos(\alpha)$

$X_{(tf_1)} = 240 m = V_0 \underbrace{\cos(\alpha)}_{0,8} . \underbrace{tf_1}_{6seg} \rightarrow V_0 = \frac{240 m}{4,8 seg} = \boxed{50 m/seg = V_0}$

$y_1 max = \frac{50^2 m^2/seg^2 . \overbrace{sen^2(37)}^{0,36}}{2 . 10 m/seg^2} = \boxed{45 m = y_1 max}$ ✓

b) Hallar con qué ángulo fue lanzada la segunda flecha y la altura máxima alcanzada por la misma

$\beta = ?$ $X(tf_2) = 240 m = V_0 . \cos(\beta) . tf_2 = 50 \frac{m}{seg} . \cos\beta . 8 seg$

$\rightarrow \cos(\beta) = \frac{240 m}{400 m} = 0,6 \rightarrow \boxed{\beta = 53°}$ ✓

$y_2 max = \frac{V_0^2 \, sen(\beta)}{2g} = \frac{50^2 m^2/s^2 . sen^2(53)}{2 \times 10 m/seg^2} = \boxed{80 m = y_2 max}$ ✓

c) ¿Qué condición cumple la suma de los ángulos de lanzamiento de ambas flechas?

$\alpha + \beta = 37° + 53° = 90° = \pi/2$ ✓

d) Demostrar que dos disparos con la misma velocidad inicial y con la misma condición deducida en c) tienen el mismo alcance

$X(tf_1) = V_0 . \cos(\alpha) . tf_1$

$X(tf_2) = V_0 \cos(\beta) \, tf_2 = V_0 \cos(90-\alpha) \, tf_2$

?

$y(tf_1) = -5 \frac{m}{seg^2} tf_1^2 + V_0 \, sen(\alpha) . tf_1 = 0$

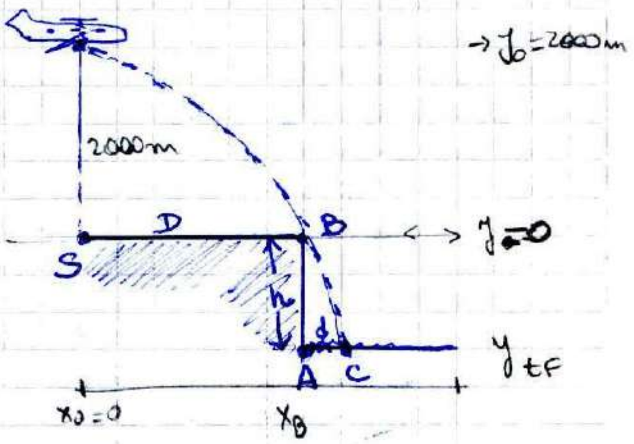
$y(tf_2) = -5 \frac{m}{seg^2} tf_2^2 + V_0 \, sen(90-\alpha) \, tf_2 = 0$

NOTA

Sylvina

(20) Un avión que vuela horizontalmente a una altura de 2000 m sobre una costa acantilada y a una velocidad de 648 km/h, deja caer una bomba sobre una señal (S) ubicada en el piso.
La bomba pasa justo sobre el borde del acantilado (B) y dos décimas de segundo después va a hacer impacto sobre un blanco flotante.
Hallar:

a) el tiempo de vuelo de la bomba



$$v_0 = 648 \text{ km/h} = 180 \text{ m/seg}$$

$$v_{0x} = 180 \text{ m/seg}$$

$$v_{0y} = 0 \text{ m/seg}$$

$$y_{(t)} = -5\frac{m}{seg^2}t^2 + v_{0y}t + y_0 =$$
$$= -5\frac{m}{seg^2}t^2 + 2000 \text{ m}$$

$$y_{(t)} = 0 = y(t_B) = -5\frac{m}{seg^2}t_B^2 + 2000 \text{ m} \to t_B^2 = 400 \text{ seg}^2 \to t_B = 20 \text{ seg}$$

$$t_C = t_B + 0{,}20 \text{ seg} = \boxed{20{,}2 \text{ seg} = t_C}$$ ✓

b) la altura del acantilado $\to h$

$$h = -y_{(tF)} = -\left(5\frac{m}{seg^2}t_F^2 + 2000 m\right) \overset{t_F = 20{,}2 \text{ seg}}{=} \boxed{40{,}2 \text{ m} = h}$$ ✓

c) la distancia entre el avión y el blanco en el instante del impacto

El avión y la bomba tienen la misma velocidad en x ∴ en tf tienen la misma x desde 0 → sólo importa $\Delta y = 2000 \text{ m} + h \to \boxed{d = 2040{,}2 \text{ m}}$

d) la distancia d entre el blanco y la costa del acantilado.

$$d = x_{(tF)} - x_B$$

$$x_{(tF)} = v_0 \cdot \underbrace{\cos(\alpha)}_{1} \cdot t_F = 180 \text{ m/seg} \cdot 20{,}2 \text{ seg} = 3636 \text{ m} = x_{(tF)}$$

$$x_B = x_{(20)} = 180 \text{ m/seg} \cdot 20 \text{ seg} = 3600 \text{ m} = x_B \qquad \boxed{d = 36 \text{ m}}$$ ✓

e) la distancia recorrida por el avión en $\underbrace{\text{dicho lapso}}_{?}$

Según entiendo, "dicho lapso" es el tiempo empleado en d → $t_F - t_B$ pero, según el resultado de la guía es $t_F - t_0$

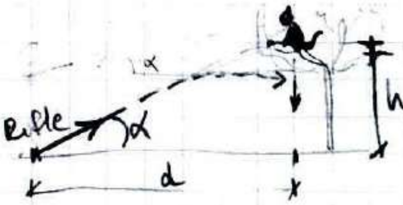
distancia total recorrida x el avión desde que lanzó la bomba = $X(t_F)$

d entre S y proyección de C = 3636 m

d entre A y C = 36 m

(21) Un gato se encuentra a una altura h sobre el piso parado en la rama de un árbol. Un cazador, situado a una distancia d de la base, le apunta directamente con su rifle y dispara.
En el instante que se realiza el disparo el gato se suelta de la rama cayendo libremente. Entonces:

a) ¿Se salvará el gato del impacto?



$$y_{G(t)} = h - 5\frac{m}{seg^2}t^2 \quad ; \quad tg(\alpha) = \frac{h}{d} \rightarrow \boxed{h = d \cdot tg\alpha} \quad (I)$$

$$y_{P(t)} = V_{0y} \cdot t - 5\frac{m}{seg^2}t^2 = V_0 \, sen(\alpha)\, t - 5\frac{m}{seg^2}t^2$$

$$(II) \quad d = x_{(t)} = V_0 \cos(\alpha) \cdot t$$

$$y_{G(t)} = h - 5\frac{m}{seg^2}t^2 \overset{(I)}{=} d \cdot tg(\alpha) - 5\frac{m}{seg^2}t^2 \overset{(II)}{=} V_0 \cancel{\cos(\alpha)}\, t \cdot \underbrace{\left(\frac{sen(\alpha)}{\cancel{\cos(\alpha)}}\right)}_{tg\alpha} - 5\frac{m}{seg^2}t^2 =$$

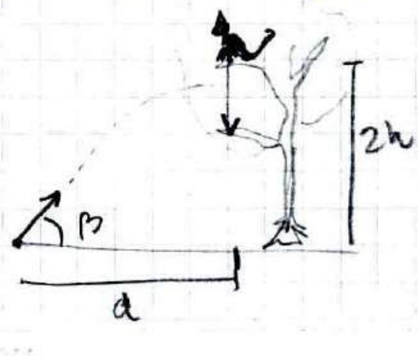
$$= V_0 \, sen(\alpha)\, t - 5\frac{m}{seg^2}t^2 = y_P(t) \rightarrow \underline{y_{G(t)} = y_{P(t)}}$$

NO SE SALVA

b) ¿Qué sucedería si la velocidad del proyectil es el doble del valor anterior?

es lo mismo, pues V_0 es genérico → no importa el valor de V_0 → NO SE SALVA

c) Si el gato sube a una rama superior situada a una altura 2h, ¿con qué ángulo habrá que apuntarle para impactarlo considerando que salta en el instante del disparo?



viendo y analizando igual que en a), el ángulo será $\boxed{arctg\left(\frac{2h}{d}\right) = \beta}$

cinem. pto mat.

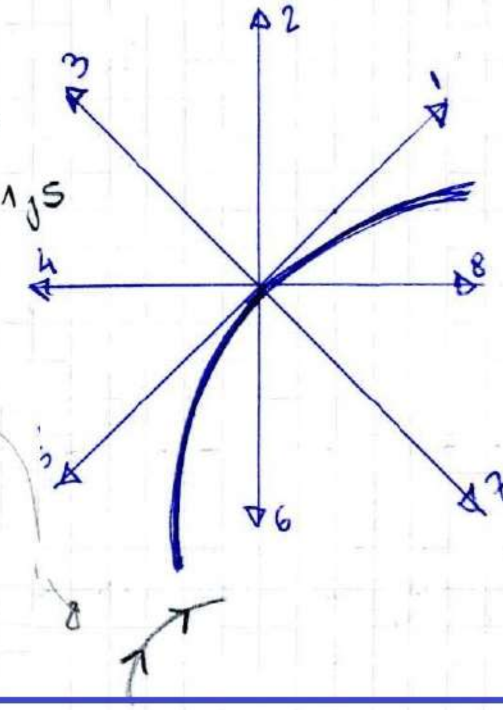
(22) Decir qué vectores de la figura pueden representar:

a) La velocidad: 1 y 5

la aceleración: 6, 7 y 8

la componente normal de la aceleración: 7

la componente tangencial de la aceleración: 1 y 5



b) Idem si el mov. es retardado y el sentido de desplazamiento es de izquierda a derecha:

velocidad: 1

aceleración: 6

comp. normal de la aceleración: 7

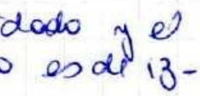
comp tangencial de la aceleración: 5

---

(23) Se dispara un proyectil desde el piso con una velocidad de 60 m/seg formando un ángulo de 53° con la horizontal.
Hallar:

a) el radio de curvatura de la altura máxima

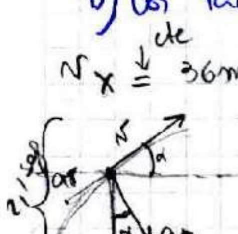
$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$ $\quad v_0 = 60\ m/seg$, $\alpha = 53°$



$\bar{a} = \bar{g}$ $\quad v_{0x} = 36\ m/s$, $v_{0y} = 48\ m/s$ $\rightarrow R = \frac{\overset{36^2}{v_{0x}^2}}{\underset{10}{g}} \rightarrow \boxed{R = 129{,}6 m}$

b) Los radios de curvatura en los instantes 2,1 s y 7,5 seg

$v_x \overset{cte}{=} 36 m/seg$; $v_y = v_{0y} + g \cdot t = 48 m/seg - 10 m/s^2\, t \rightarrow v_y(2,1) = 27\ m/seg$ (I)



$\underset{(en\ 2,1\ seg)}{a_n} = g \cdot \cos(\alpha) = g \cdot \cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)\right) = 10 \frac{m}{seg^2} \cdot \cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{27}{36}\right)\right) = 8\ m/seg^2$

$a_n = \frac{(v_{tang}\ 2,1 seg)^2}{R} \rightarrow R_{(2,1)} = \frac{\left(\sqrt{27^2 + 36^2}\ m/seg\right)^2}{8\ m/seg^2} = \boxed{253{,}13\ m = R_{(2,1)}}$

en 7,5 seg: $v_x(7,5) = 36\ m/seg$; $v_y(7,5) \overset{(I)}{=} -27\ m/seg \rightarrow a_n = g \cos\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{-27}{36}\right)\right) = 8 m/seg^2$

$a_n = \frac{(v\ tang\ 7,5 seg)^2}{R} \rightarrow R_{(7,5)} = \frac{((-27)^2 + 36^2)\ m^2/seg^2}{8 m/seg^2} \rightarrow \boxed{R_{7,5} = 253{,}16 m}$

c) El radio de curvatura en el instante inicial

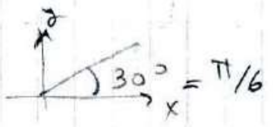
$a_n = g \cos(53) = 6 m/seg^2 = \frac{(v_{tang\ en\ el\ t=0})^2}{R_0} = \frac{v_0^2}{R_0} = \frac{(60\ m/seg)^2}{R_0}$

$\rightarrow R = \frac{60^2}{6} \cdot m = \boxed{600 m = R_0}$

cinem. pto mat.

(24) Un punto material describe una trayectoria circunferencial de 3 m de radio con velocidad de módulo constante, barriendo un ángulo $\alpha = 30°$ en 0,5 segundos.
Calcular para este movimiento.-

a) La velocidad angular y el período.



$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} = \frac{\pi/6}{0{,}5\ seg} = \boxed{\frac{\pi}{3\ seg} = \omega}\ ✓$$

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \boxed{6\ seg = T}\ ✓$$

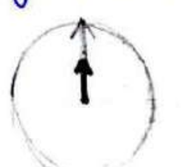
b) la velocidad lineal o tangencial y la aceleración

$$v_{tang} = \omega R = \frac{\pi}{\cancel{3}\,seg}\,\cancel{3}\,m \rightarrow \boxed{v_{tang} = \pi\ m/seg}\ ✓$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2}{3\,\cancel{m}}\,m^{\cancel{2}}/seg^2 = \boxed{\frac{\pi^2}{3}\ m/seg^2 = a}\ ✓$$

---

(25) Un reloj marca las 12 hs. Hallar a qué hora las agujas horaria y minutera del reloj se vuelven a superponer



$$f_h = \frac{1}{720\,m} = \frac{1}{43200\,seg} \rightarrow \omega_h = 2\pi f_h = \frac{\pi}{21600\,seg}$$

$$f_m = \frac{1}{3600\,seg} \rightarrow \omega_m = 2\pi f_m = \frac{\pi}{1800\,seg}$$

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \rightarrow \alpha = \omega . t \longrightarrow \alpha_h = \omega_h . t = \frac{\pi t}{21600\,seg}$$

$$\alpha_m = \omega_m t = \frac{\pi t}{1800\,seg}$$

$$\alpha_m = \alpha_h + 2\pi \rightarrow \frac{\pi t}{1800\,seg} = \frac{\pi t}{21600\,seg} + 2\pi$$

$$\frac{\pi t}{1800\,seg} - \frac{\pi t}{21600\,seg} = 2\pi$$

$$t\cancel{\pi}\left(\frac{12 - 1}{21600\,seg}\right) = 2\cancel{\pi} \rightarrow t = \frac{2 \times 21600}{11} = 3927{,}\overline{27}\ seg$$

$3927{,}\overline{27}\ seg = 65\ min\ 27\ seg$

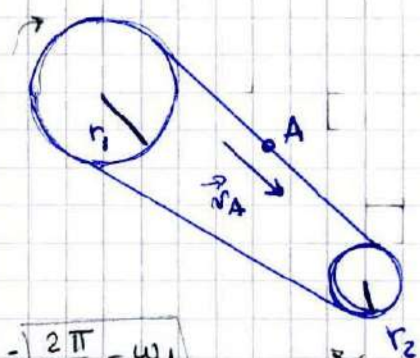
$$\rightarrow 12{:}00 + 65\ min\ 27\ seg \longrightarrow \boxed{\text{se vuelven a cruzar a los}\quad 13{:}05{:}27\ \text{h m s}}\ ✓$$

Sylvina

HOJA Nº cen. pto mat

FECHA

(26) Las poleas de la figura están conectadas por medio de una correa. Si la polea 1 gira con una frecuencia de 60 rpm hallar la frecuencia angular de la polea 2 y la velocidad del punto A



$r_1 = 10\ cm = 0{,}10\ m \quad r_2 = 2\ cm = 0{,}02\ m$

$f_1 = \frac{60}{60\,seg} = \boxed{\frac{1}{seg} = f_1} \qquad \omega_1 = 2\pi . f_1 = \boxed{\frac{2\pi}{seg} = \omega_1}$

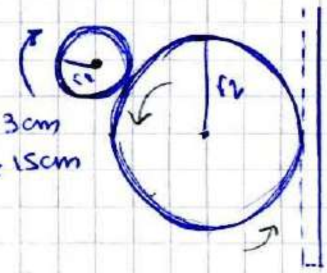
$v_1 = \omega_1 R = \frac{2\pi}{seg} . 0.10\,m = \boxed{0.2\pi\ m/_{seg}\ v_{t1}} = v_A$

$\cong 0{,}628\ m/_{seg} = 62{,}8\ cm/s$

$v_2 = v_A = \underset{= \updownarrow}{62{,}8\,cm/_{seg}} = \omega_2\ R_2 = 2\pi . f_2 . R_2$

$\rightarrow \cancel{20}^{10}\ \pi \frac{cm}{seg} = \cancel{2}\pi . f_2 . 2\,cm \rightarrow f_2 = \frac{5}{seg} = \frac{60 \times 5}{60\,seg} = \boxed{300\ rpm = f_2}$

(27) Para el mecanismo de la figura, sabiendo que el engranaje 1 gira a razón de 50 vueltas por seg, hallar:



$r_1 = 3\,cm$
$r_2 = 15\,cm$

a) la velocidad angular del engranaje 2

$f_1 = \frac{50}{seg} \rightarrow \boxed{\omega_1 = \frac{100\pi}{seg}} \rightarrow v_1 = \omega_1 R_1 = \frac{100\pi}{seg} . 3\,cm =$

$= \boxed{300\pi\ cm/_{seg} = v_1} \quad v_1 = v_2$

$v_2 = \omega_2 R_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{v_1}{R_2} = \frac{\cancel{300}^{20}\,\pi\ cm/seg}{\cancel{15}_{1}\,cm} = \boxed{\frac{20\pi}{seg} = \omega_2}$

$\cong \frac{62{,}83}{seg}$

NOTA

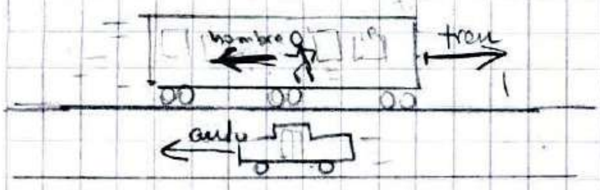
HOJA N° anem. pt mat.

FECHA

Movimiento relativo

(28) Sobre el vagón de un tren que se desplaza a 50 km/h respecto de la tierra, un hombre camina en sentido contrario al movimiento de éste a 5 km/h.
Por un camino paralelo pasa un automóvil en el mismo sentido que el hombre, a una velocidad constante de 90 km/h respecto de la tierra.
Hallar

a) la velocidad del hombre respecto de la tierra.



$v_{o\,tren/tierra} = 50\ km/h$

$v_{o\,hombre/tren} = -5\ km/h$

$v_{o\,auto/tierra} = -90\ km/h$

$$v_{hombre/tierra} = v_{hombre/tren} + v_{tren/tierra} =$$
$$= -5\ km/h + 50\ km/h = \boxed{45\ km/h = v_{hombre/tierra}} \rightarrow$$

b) la velocidad del tren respecto del automóvil

$$v_{tren/auto} = v_{tren/tierra} + v_{tierra/auto} =$$
$$= v_{tren/tierra} + (-v_{auto/tierra}) = 50\ km/h - (-90\ km/h) =$$
$$= \boxed{140\ km/h = v_{tren/auto}} \rightarrow$$

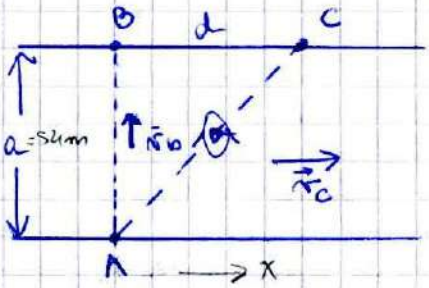
c) la velocidad del automóvil respecto del hombre.

$$v_{auto/hombre} = v_{auto/tierra} + v_{tierra/hombre} =$$
$$= v_{auto/tierra} + (-v_{hombre/tierra}) =$$
$$= -90\ km/h + (-45\ km/h) = \boxed{-135\ km/h = v_{auto/hombre}} \leftarrow$$

NOTA

Syl

29) Un bote cruza un embalse en reposo de 54 m de ancho (a) con una velocidad de 1,8 m/s normal a la costa.
Hallar:



a) ¿cuánto tarda en ir desde A hacia B?

embalse en reposo $\rightarrow |\vec{v}_c| = 0\frac{m}{seg} \rightarrow v_{x_c} = 0\frac{m}{seg}$

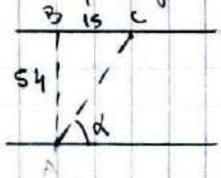
$a = 54\,m$, $v_0 = 1{,}8\,m/s = v_{0y}$

$y_{(t)} = \overset{0}{y_0} + v_{0y}.t \rightarrow y(t_F) = 54\,m = 1{,}8\,\frac{m}{seg}.t_F \rightarrow \boxed{t_F = 30\,seg}$ ✓

b) si se abre la exclusa del canal, se forma una corriente hacia la derecha. En estas condiciones el bote que pretende dirigirse en una dirección normal a la corriente, deriva aguas abajo en un trayecto de 15 m (d), antes de alcanzar la orilla.
Calcular la velocidad de la corriente y la velocidad del bote respecto de la tierra.

$\vec{v}_c = v_{cx}\,\hat{i} + \overset{0}{v_{cy}}\,\hat{j} \rightarrow \overbrace{\boxed{\vec{v}_c = v_{cx}\,\hat{i}}}^{v_c = v_{cx}}$; $\vec{v}_b = \overset{0}{v_{bx}}\,\hat{i} + v_{by}\,\hat{j} \rightarrow \overbrace{\boxed{\vec{v}_b = v_{by}\,\hat{j}}}^{v_b = v_{by}}$

Como en y solo existe la velocidad del bote, de A a C tarda el mismo tiempo que de A a B



$x_{(t)} = \overset{0m}{x_0} + v_{0x}.t = (v_{0bx} + v_{cx})\,t$

$\rightarrow x(t_F) = v_{cx}\,t_F = 15\,m \rightarrow 15\,m = \underset{}{\overset{=v_c}{v_{cx}}}.30\,seg \rightarrow \boxed{v_c = 0{,}5\,\frac{m}{seg}}$ ✓

$\vec{v}_{b/tierra} = v_{bx/tierra}\,\hat{i} + v_{by/tierra}\,\hat{j} \rightarrow v_{b/tierra} = \sqrt{v_{bx/tierra}^2 + v_{by/tierra}^2}$

- $v_{bx/tierra} = \overset{0}{v_{bx/cx}} + v_{cx/tierra} = 0 + v_{cx} = \boxed{0{,}5\,\frac{m}{seg} = v_{bx/tierra}}$
- $v_{by/tierra} = v_{by/cy} + \overset{0}{v_{cy/tierra}} = \boxed{\overset{v_b}{v_{by}} = 1{,}8\,m/seg}$

$v_{b/tierra} = \sqrt{0{,}5^2 + 1{,}8^2}\,.\frac{m}{seg} = 1{,}87\,m/seg$

$\boxed{v_{b/tierra} = 1{,}87\,m/seg}$ ✓

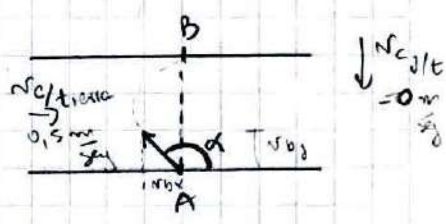
Syl

cont 29

c) Hallar el tiempo que tarda en ir desde A hasta C

tarda lo mismo que ir de A a B pues la única velocidad en y es la del bote respecto de la corriente $\boxed{t = 30\,seg}$ ✓

d) ¿en qué dirección debería remar para llegar a la otra orilla en B y cuánto tiempo tardaría?



$\vec{v}_{b/c} = v_{bx/c}\,\check{i} + v_{by/c}\,\check{j}$

$\vec{v}_{c/tierra} = v_{cx/tierra}\,\check{i} \rightarrow v_c = v_{cx/tierra}$ pues $v_{cy} = 0$

$v_{bx/c_x} = \overbrace{v_b}^{1,8\,m/seg} \cdot \cos(\alpha)$

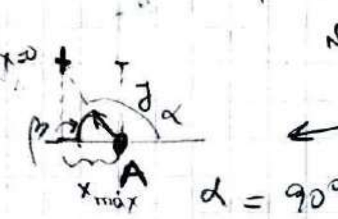
$v_{by/c_y} = \underbrace{v_b}_{1,8\,m/seg} \cdot \operatorname{sen}(\alpha)$

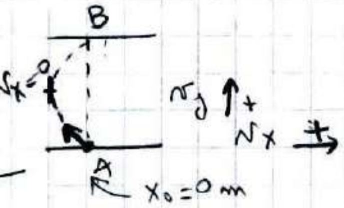
$\dfrac{v_{bx/c}}{\cos(\alpha)} = \dfrac{v_{by/c}}{\operatorname{sen}(\alpha)} \rightarrow \dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \dfrac{v_{by/c}}{v_{bx/c}} = tg(\alpha)$

- $v_{by/tierra} = v_{by/c_y} + \overbrace{v_{cy/tierra}}^{0\,m/seg} \rightarrow \boxed{v_{by/tierra} = v_{by/c_y} = v_b \cdot \operatorname{sen}(\alpha)}$

- $v_{bx/tierra} = v_{bx/cx} + \overbrace{v_{cx/tierra}}^{0,5\,m/seg} = v_b \cdot \cos\alpha + 0,5\,m/seg = v_{bx/tierra}$

Pasando en limpio:





todo con respecto a tierra pues hay que ir de A a B que están en tierra

$\alpha = 90° + \beta$, $\beta = \dfrac{|y|}{|x|_{1,8\,m/s}}$ $\rightarrow x_{máx} = \overbrace{v_{bx/tierra}}^{0\,m/seg} \cdot t$

$\rightarrow 0 = v_{bx/tierra} = v_b \cos(\alpha) + 0,5\,m/seg \rightarrow v_b \cos(\alpha) = -0,5\,m/seg \rightarrow \cos(\alpha) = -0,27 \rightarrow \alpha = 106,26°$

 $\boxed{\alpha = 106,26° \equiv -16,13° \text{ a la izq}}$ ✓

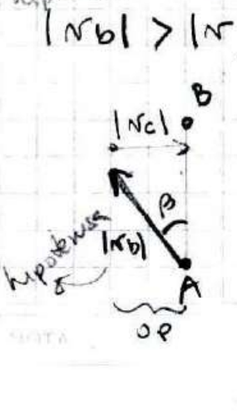
$y(t) = \overset{0}{y_0} + v_{0by/tierra} \cdot t = v_b \cdot \operatorname{sen}(\alpha) \cdot t = 1,8\,\frac{m}{seg} \cdot \operatorname{sen}(\alpha)\,t$

$y(t_F) = 54\,m = 1,8\,\frac{m}{seg} \cdot \operatorname{sen}(\alpha)\,t_F \rightarrow \boxed{t_F = 31,25\,seg}$ ✓

e) Mostrar que el módulo de la velocidad del bote debe ser mayor que la corriente para alcanzar la otra orilla en B.

hipótesis

$|v_b| > |v_c| \rightarrow 1 > \dfrac{|v_c|}{|v_b|}$

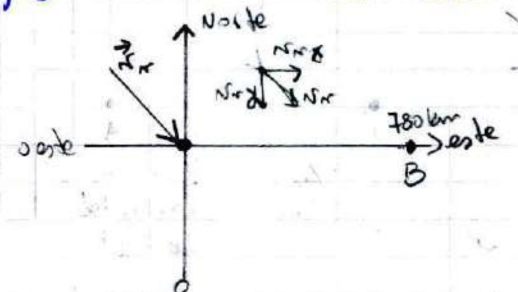


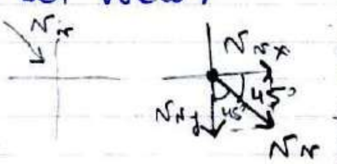
$\dfrac{|v_c|}{|v_b|} = \operatorname{sen}\beta \xrightarrow{\times\,hipótesis} 1 > \operatorname{sen}(\beta) \rightarrow \beta < 90°$ ✓

si $\dfrac{|v_c|}{|v_b|} \geq 1 \rightarrow \beta \geq 90$ Absurdo

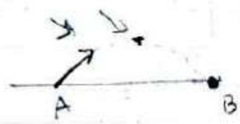
(30) Un avión vuela hacia un punto situado a 780 km. Este del punto de partida. El viento sopla del Noroeste a 60 km/h. El piloto quiere llegar al cabo de tres horas.

a) ¿Cuál es la orientación del vuelo?





con respecto al aire
$$\begin{cases} v_v = 60 \text{ km/h} \\ v_{vx} = v_v \cdot \cos(-45) = 30\sqrt{2} \text{ km/h} \\ v_{vy} = v_v \cdot \sin(-45) = -30\sqrt{2} \text{ km/h} \end{cases}$$

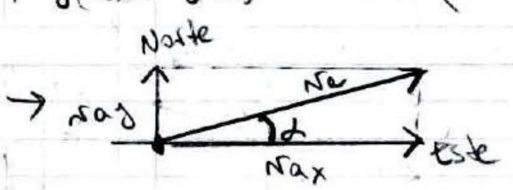


- $x_{(t)} = \cancel{x_0} + v_{x/aire} \cdot t = (v_{vx/aire} + v_{ax/aire})t$

$\rightarrow x_{(t_B)} = x(3) = 780 \text{ km} = (30\sqrt{2} \text{ km/h} + v_{ax/aire}) \cdot 3 \text{ h} \rightarrow \boxed{v_{ax/aire} = 217{,}57 \text{ km/h}}$

- $y_{(t)} = \cancel{y_0} + v_{y/aire} \cdot t = (v_{vy/aire} + v_{ay/aire})t$

$\rightarrow y_{(t_B)} = y(3) = 0 \text{ m} = (-30\sqrt{2} \text{ km/h} + v_{ay/aire}) \, 3 \text{ h} \rightarrow \boxed{v_{ay/aire} = 30\sqrt{2} \text{ km/h}}$



$$tg(\alpha) = \frac{v_{ay}}{v_{ax}} = \frac{30\sqrt{2} \text{ km/h}}{217{,}57 \text{ km/h}} = 0{,}195 \rightarrow \boxed{\alpha = 11°} \checkmark$$

b) ¿Cuál debe ser la velocidad del avión respecto del aire?

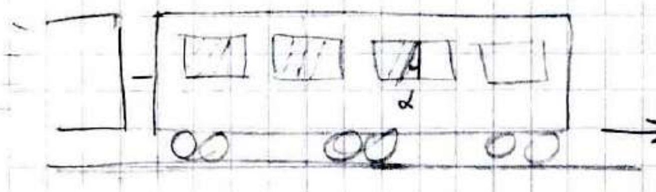
$$v_{a/aire} = \sqrt{v_{ax/aire}^2 + v_{ay/aire}^2} = 221{,}67 \text{ km/h}$$

$$\boxed{v_{a/aire} = 221{,}67 \text{ km/h}}$$

Sg!

(31) Un pasajero de un tren detenido en la estación, que se encuentra sentado junto a una ventanilla observa que las gotas de lluvia dejan trazas verticales sobre el vidrio (porque no hay viento)
Cuando el tren avanza a una velocidad de 50 km/h las trazas de las gotas forman un ángulo de 40° con la vertical

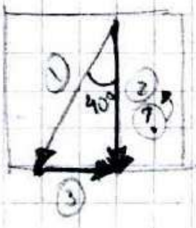
Hallar con qué velocidad caen las gotas de lluvia.



$\alpha = 40°$

$v_{tren} = 50\ km/h$, $\vec{v}_{tren} = 50\ \frac{km}{h}\ \check{i}$ ($13{,}89\ m/seg$)

$\downarrow a = -10\ \frac{m}{seg^2}$, $\vec{a} = -10\ \frac{m}{seg^2}\ \check{j}$



$$\underbrace{v_{G/tierra}}_{2} = \underbrace{v_{G/ventanilla}}_{1} + \underbrace{v_{ventanilla/tierra}}_{3}$$

$$tg(40) = \frac{v_{vent/tierra}}{v_{G/tierra}} = \frac{13{,}89\ m/seg}{v_{G/tierra}} = 0{,}84$$

$$\rightarrow v_{G/tierra} = \frac{13{,}89\ m/seg}{0{,}84} = 16{,}54\ m/seg$$

$$\boxed{v_{gota/tierra} = 16{,}54\ m/seg = 59{,}54\ km/h}$$